Gymnasium Stein	Wiederholungsaufgaben zum Grundwissenkatalog Mathematik der **10.** Jahrgangsstufe

1) Zum Graph einer Funktion f gehören die zwei Punkte P (40|67) und Q (65|95).
Bestimme jeweils eine Funktionsvorschrift für f, wenn f
a) ein lineares Wachstum beschreibt! b) ein exponentielles Wachstum beschreibt!

2) a) Beschreibe, wie der Graph der Funktion g mit $g(x) = 0{,}2 \cdot 3^x$ im Vergleich zum Graphen der Funktion f mit $f(x) = 3^x$ verläuft.
b) Gib an, was für die Parameter d und a gelten muss, so dass der Graph der Funktion h mit $h(x) = d \cdot a^x$ durch den Punkt (0 | –3) verläuft.
c) Beschreibe den Verlauf des Graphen der Funktion k mit $k(x) = -4 \cdot (0{,}6)^x$.
d) Beschreibe und begründe den Zusammenhang der Graphen der Funktion p mit $p(x) = 4^x$ und m mit $m(x) = -0{,}25^x$.

3) a) Berechne, wie lange es dauert, bis eine Zellkultur bei einer stündlichen Wachstumsrate von 23% um 400% zugenommen hat. *(auf 2 Nachkommastellen genau)*
b) Ein Kapital von 50 000 € ist bei Verzinsung mit Zinseszins in 15 Jahren auf 93 349 € angewachsen. Berechne den Zinssatz in Prozent! *(auf 2 Nachkommastellen genau)*

4) Vereinfachen Sie jeweils so weit wie möglich:
a) $\log_a\left(\frac{1}{a^z}\right)$ b) $\log_{a^2}\left(\sqrt[5]{a^6}\right)$

5) Bestimmen Sie jeweils alle Lösungen in der Grundmenge IR:
a) $3 \cdot 0{,}5^x = 12$ b) $3^{2x} + 1 = 7$ c) $2^{-x} \cdot 3^x = 10$ d) $2^x = 3^{2x+1}$ e) $6^x \cdot 4^{x-2} = 12 \cdot 8^{x-1}$
(aus <https://www.lehrplanplus.bayern.de/serviceinformation/l301482>)
f) $3^{2x} = 2 \cdot 5^{x+1}$

6) Beschreibe ein geeignetes Urnenmodell und bestimme bei a), b), c) und d), wie viele Möglichkeiten es gibt, …
a) eine sechsstellige Handy-PIN zu bilden (mögliche Ziffern: 0 bis 9).
b) bei einem Pferderenne mit 12 Pferden eine Viererwette zu spielen (also den ersten bis vierten Platz in der richtigen Reihenfolge vorherzusagen).
c) einen Turm aus drei Bauklötzen zu bauen, wenn man sechs verschiedenfarbige Blauklotz hat.
d) wenn man ein Glücksrad mit 5 verschiedenfarbigen Feldern dreimal dreht.
e) in Bezug auf die Fahrzeugart bei einer Fahrzeugkontrolle vier Fahrzeuge auszuwählen, wenn 65% der vorbeifahrenden Fahrzeuge PKWs, 30% LKW und 5% Zweiräder sind.

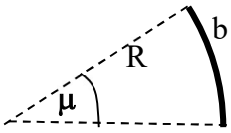
7) Ein Würfel wird dreimal nacheinander geworfen. Bestimme mit welcher Wahrscheinlichkeit
a) keine Sechs b) genau eine Sechs c) höchstens eine Sechs d) mindestens eine Sechs erscheint.

8) Eine Schulklasse besteht aus 18 Jungen und 14 Mädchen. Bei einem Preisausschreiben gewinnt die Klasse 25 Karten für ein Fußball-Länderspiel. Der Klassenleiter beschließt, die Karten zu verlosen. Er gibt dazu 25 Treffer und 7 Nieten in eine Urne und lässt jeden aus der Klasse einmal ziehen. Hans soll als Zweiter ein Los ziehen. Er beschwert sich, dass seine Wahrscheinlichkeit, einen Treffer zu erzielen, geringer sei als bei Jana, die als Erste ziehen wird.
Widerlege die Behauptung von Hans durch Rechnung!

9) Vor dem Stadion befindet sich eine Torwand mit zwei Löchern. Jürgen trifft, wenn er auf das obere Loch zielt, dieses mit einer Wahrscheinlichkeit von 10%. Für das untere Loch hat er sogar eine Trefferwahrscheinlichkeit von 40%. Er schießt zuerst einmal auf das untere und dann einmal auf das obere Loch. Berechne die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse
A = „Beide Schüsse treffen ihr Ziel nicht“ und B = „Genau ein Schuss trifft sein Ziel“.

10) Eva hat 3 gelbe, 2 rote und 5 grüne Bonbons in einer undurchsichtigen Schachtel. Adam hat in einer gleichen Schachtel 2 gelbe und 2 rote Bonbons. Adam zieht zufällig einen Bonbon aus Evas Schachtel und legt ihn in seine Schachtel. Anschließend zieht wieder Eva zufällig einen Bonbon aus Adams Schachtel. Bestimme, mit welcher Wahrscheinlichkeit dieses Bonbon gelb ist.

11) Thilo hat seine Mutter gebeten, fünf Geburtstags-Einladungen in die mit Namen beschrifteten Umschläge zu stecken und zuzukleben. Leider hat Thilo seiner Mutter vergessen zu sagen, dass die Einladungen personalisiert waren. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass keine Einladung im richtigen Umschlag steckt? Beschreibe eine geeignete Simulation, mit der man einen Schätzwert für die gesuchte Wahrscheinlichkeit ermitteln kann.



12) "Bestimmung des Erdradius nach Eratosthenes":
Berechne den Radius R des Kreissektors aus b = 800 km und $\mu = 7{,}2°$!

13) Gib zu den angegebenen Winkeln im Bogenmaß jeweils das Gradmaß des Winkels an und umgekehrt: a) $\frac{\pi}{3}$ b) $\frac{5}{6}\pi$ c) $\frac{3}{4}\pi$ d) $\frac{3}{4}$ e) 90° f) 15° g) 240°

14) Bestimme alle Winkel im Intervall $[-\pi; 3\pi]$ auf eine Dezimale genau alle Winkel, für die gilt:
a) $\sin x = \frac{1}{3}$ b) $\cos x = -0{,}2$ c) $\sin x = -0{,}5$

15) Entscheide und begründe, dass für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt:
a) $\cos(x + 2\pi) = \cos(x - 2\pi)$
b) An den Nullstellen der Kosinusfunktion hat der Graph der Sinusfunktion Hochpunkte.
c) Der Sinuswert eines Winkels x ist nur dann negativ, wenn $\pi < x < 2\pi$.
d) Es gilt $\cos(\pi) = -1$. Deswegen ist $\cos(2\pi) = -2$.

16) Ergänze jeweils die y-Koordinate der Punkte $(4\pi\,|\ldots)$, $(\frac{\pi}{2}\,|\ldots)$, $(-7\pi\,|\ldots)$, und $(\frac{13}{2}\pi|\ldots)$ so, dass der Punkt a) auf der Sinuskurve liegt. b) auf der Kosinuskurve liegt.

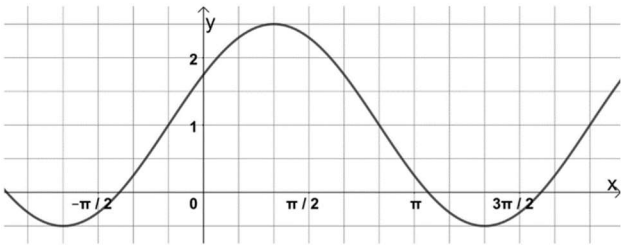
17) Beschreibe, welchen Einfluss der hinzugefügte Faktor/Summand auf den Graphen der Funktion g im Vergleich zum Graphen der Funktion g hat.
a) $f(x) = \sin(x) \rightarrow g(x) = \frac{1}{2}\sin(x)$
b) $f(x) = \sin(x) \rightarrow g(x) = \sin(\frac{1}{2}x)$
c) $f(x) = \sin(x) \rightarrow g(x) = \sin(x - \frac{\pi}{6})$
d) $f(x) = \sin(x) \rightarrow g(x) = \sin(x) - 2$

(aus <https://www.lehrplanplus.bayern.de/serviceinformation/l308969>)

18) Gegeben ist die in IR definierte Funktion f mit $f(x) = 2\cdot\sin(x) + 1$. Ihr Graph wird mit G_f bezeichnet. Gib wesentliche Eigenschaften von f bzw. G_f an, die sich unmittelbar aus dem Funktionsterm ablesen lassen und erstelle davon ausgehend eine Skizze von G_f.
Aus <https://www.lehrplanplus.bayern.de/serviceinformation/l308969>

19) Gegeben ist die in IR definierte Funktion $g: x \mapsto 2 \cdot \sin\left(2\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right)$. Ihr Graph wird mit G_g bezeichnet.
a) Gib Periode, Amplitude und Wertemenge von g an.
b) Erläutere, wie man mithilfe des im Funktionsterm enthaltenen Wertes $\frac{\pi}{3}$ auf die kleinste positive Nullstelle x_1 von g schließen kann, und gib x_1 an.
c) Erstelle mithilfe der bisherigen Ergebnisse eine Skizze von G_g an.
Aus <https://www.lehrplanplus.bayern.de/serviceinformation/l308969>

20) Die Abbildung zeigt den Graphen einer periodischen Funktion f. Gib einen möglichen Term von f an.
Aus <https://www.lehrplanplus.bayern.de/serviceinformation/l308969>



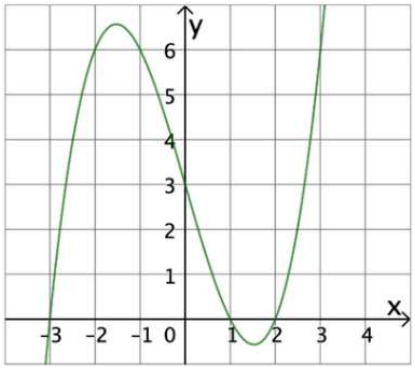
21) Bestimme die beiden kleinsten positiven Nullstellen der Funktion f mit $f(x) = \sin(3x + \frac{\pi}{4})$.

22) Löse die Gleichung $3x^4 - 12x^2 + 9 = 0$.

23) Bestimme die Nullstellen der Funktionsterme unter Verwendung eines geeigneten Verfahrens. Gib gegebenenfalls die Vielfachheit der Nullstellen an.
Aus <https://www.lehrplanplus.bayern.de/serviceinformation/l301512>
a) $(x - 3)^2\cdot(4x + 2)$ b) $2\cdot(x^2 - 6{,}25)\cdot(x^2 + 4)$ c) $x^3 - 5x^2 + 6x$ d) $5x^5 - 10x^4 + 5x^3$
e) $2x^3 + 16$ f) $x^4 - 7x^2 + 12$ g) $0{,}5x^4 - 2x^2 - 2{,}5$

24) Bestimmen durch geeignete Umformungen alle Nullstellen mit ihren Vielfachheiten für die Funktion f mit $f(x) = 0{,}1 \cdot x \cdot (3x - 2x^2) \cdot (x^2 - 4) \cdot (x^2 + 4x + 4)$.

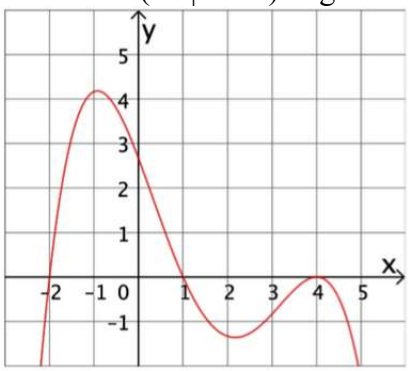
25) a) Die Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion f vom Grad 3.



Ermittle einen Funktionsterm von f.

Aus <https://www.lehrplanplus.bayern.de/serviceinformation/l301532>

b) Die Abbildung zeigt den Graphen einer in IR definierten ganzrationalen Funktion g vom Grad 4. Der Punkt (10 | –324) liegt auf dem Graphen von g.



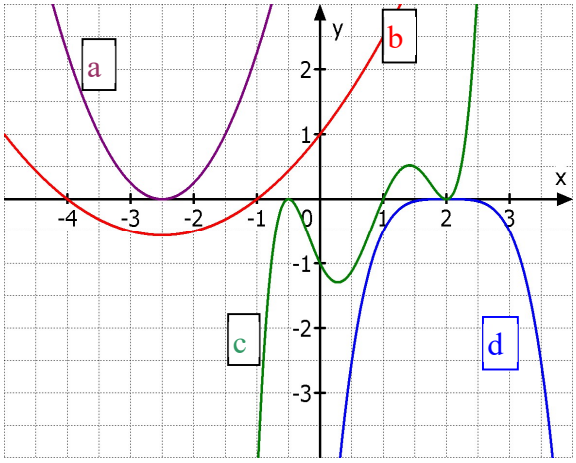
Ermittle einen Funktionsterm von g.

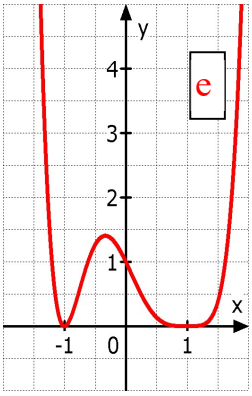
26) Skizziere den Graphen der Funktion f mit $f(x) = 0{,}1(x + 1)^3(2x + 5)(x-1)^2$.
Bestimme dazu alle Achsenschnittpunkte und f(–2).

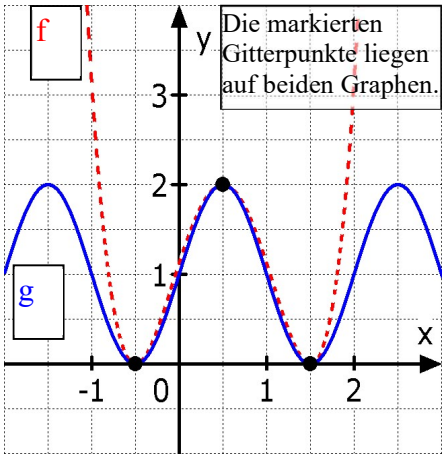
27) Gib an, was man über die Anahl der Nullstellen einer ganzrationalen Funktion aussagen kann, wenn diese … a) den Grad 7 hat. b) den Grad 5 hat und der Graph punktsymmetrisch zum Ursprung ist.
c) den Grad 8 hat. d) den Grad 4 hat und der Graph achsensymmetrisch zur y-Achse ist.

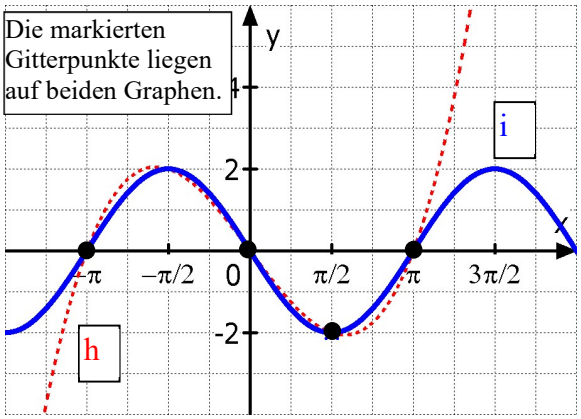
28) Entscheide und begründe gegebenenfalls mit einem Beispiel.
a) Gibt es eine Funktion, deren Graph punktsymmetrisch zum Ursprung ist und die x-Achse nicht schneidet?
b) Gibt es eine ganzrationale Funktion, deren Graph punktsymmetrisch zum Ursprung ist und die x-Achse nicht schneidet?

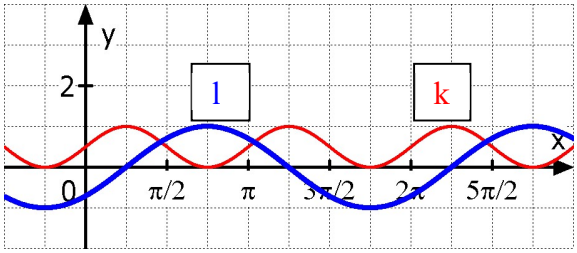
29) Geben Sie jeweils einen Funktionsterm für die folgenden Graphen an:











30) Untersuche durch Rechnung, ob bzw. welche Symmetrie zum Koordinatensystem vorliegt:
a) $f(x) = \sin(x) - 2x^3$ b) $f(x) = 0{,}25^x + 4^x$

31) Geben Sie jeweils an, welche Symmetrie zum Koordinatensystem vorliegt!
(achsensymmetrisch zur y-Achse (asyA); punktsymmetrisch zum Ursprung (psU) oder keine)

a) $f(x) = 4x^{11} + x - 1$ b) $f(x) = x^7 - \sqrt{3}x$ c) $f(x) = x^3 - 3\sqrt{x}$

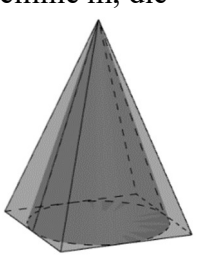
d) $f(x) = (x^5 + x) \cdot \cos x$ e) $f(x) = x^4 + 5^3$ f) $f(x) = 5^x$

g) $f(x) = 7 \cdot (\sin(x))^2$ h) $f(x) = \frac{x^5 - 7x}{x^2 + 2}$

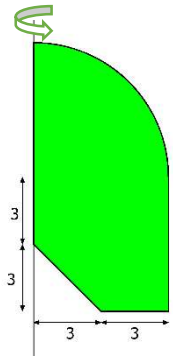
32) Berechne von einer quadratischen Pyramide mit der Höhe h = 5dm und der Höhe der Seitendreiecke h_a = 13dm die Grundkante a, die Seitenkante s, das Volumen V und die Oberfläche O.

33) Bei einem Kegel mit Volumen 1,0 Liter ist der Grundkreisdurchmesser so groß wie die Höhe. Berechne diese Höhe!

34) Berechne von einem Kegel mit Höhe h = 9,2cm und Volumen V = 513,5cm^3 den Radius r des Grundflächenkreises, den Inhalt G des Grundflächenkreises, die Mantellinie m, die Mantelfläche M und die Oberfläche des Kegels.

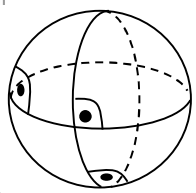


35) Einem Werkstück, das die Form einer quadratischen Pyramide mit einer Grundkante von 2cm und einer Höhe von 3cm hat, wird ein Kegel herausgefräst. Bestimme das Volumen und die Oberfläche des Werkstückes.



36) Die gefärbte Fläche rotiert um die eingezeichnete Achse.
a) Beschreibe den entstehenden Rotationskörper.
b) Berechne das Volumen und den Oberflächeninhalt des Rotationsköpers.

37) Eine Kugel mit Durchmesser 12,0 cm ("idealisierte Orange") wird mit drei zueinander senkrechten Schnitten durch den Kugelmittelpunkt in gleiche Teilkörper zerlegt (vgl. Skizze). Berechne Volumen und Oberfläche von einem dieser Teilkörper!



38) Die Oberfläche einer Kugel wird um 36% verkleinert.
Bestimme, um wie viel Prozent sich dadurch Volumen und „Umfang“ der Kugel ändern.
(Umfang der Kugel = Umfang des größten Schnittkreises)

39) Aus einer großen Bleikugel werden 64 gleiche kleine Bleikugeln gegossen.
Bestimme, um wie viel Prozent sich dadurch die gesamte Oberfläche des Bleis verändert.