Gymnasium Stein	Wiederholungsaufgaben zum Grundwissenkatalog Mathematik der 9. Jahrgangsstufe

Als Vorbereitung für den Bayerischen Mathematiktest (BMT) am Anfang der 10. Klasse empfehlen wir neben der Bearbeitung dieser Aufgaben auch die Wiederholungsaufgaben aus den früheren Klassen (5/6/7/8)

1) Vereinfache jeweils so weit wie möglich (x, y ∈ IR ; Ergebnis ohne Wurzeln im Nenner):

a) $\sqrt{x^4}+\frac{\sqrt{12x^2}}{2}-x^2$ b) $\left(\sqrt{x^2-4}\right)^2-x^2$ c) $\sqrt{x^2-4}-x$ d) $\sqrt{980\,000\,x^3y^8}$ e) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

f) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$ g) $\frac{\sqrt{3x+x^2}}{\sqrt{x}}$ h) $\frac{1}{\sqrt{x+3}}$ i) $(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)$ k) $\sqrt{4x^2+12x+9}$

2) Bestimme jeweils die maximale Definitionsmenge über IR als Grundmenge:

a) $T(x)=\sqrt{6-3x}+3$ b) $T(y)=\frac{2}{\sqrt{6y}}$ c) $f(x)=\sqrt{x^2+4}$ d) $f(x)=\frac{4-x^2}{\sqrt{5}-4}$

e) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x-4}}$ f) $f(x)=\frac{8-x}{x^2-4}$ g) $f(x)=\sqrt{x^2-4}$

3) Vereinfache jeweils so weit wie möglich (x, y ∈ IR ; Ergebnis ohne Wurzeln im Nenner):

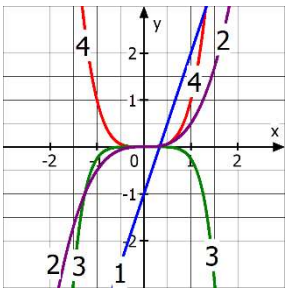
a) $\sqrt{x^{\frac{1}{6}}:\sqrt{x}}$ b) $\sqrt[6]{x^{-2}}\cdot\sqrt[3]{x}$ c) $5\sqrt{x^{-3}}\cdot\sqrt{\frac{1}{x^3}}$ d) $(16p^8)^{\frac{3}{4}}$

e) $\sqrt[3]{x\cdot\sqrt[4]{\frac{1}{x}}}$ f) $\sqrt[3]{8x^6}\cdot\left(x^{\frac{3}{5}}\right)^{-\frac{10}{3}}$ g) $y^{-\frac{1}{2}}\cdot y^{-0,75}\cdot\left(\sqrt[4]{y}\right)^5$

4) Carlo hat als Hausaufgabe gerechnet: $a^{\frac{3}{4}}\cdot a^{\frac{4}{3}}=a$. Erkläre, welchen Fehler er gemacht hat, und rechne richtig.

5) Gib jeweils zwei Beispiele für Potenzfunktionen der Form f: $x\mapsto ax^n$ ($n\in IN$, $n>2$, $a\in IR\setminus\{0\}$, $D_f = IR$) mit verschiedenen Exponenten an, deren Graphen G_f die folgenden Bedingungen erfüllen.

a) G_f verläuft im II. und IV. Quadranten.
b) P(1/4) liegt auf G_f.
c) G_f ist im IV. Quadranten monoton fallend und achsensymmetrisch bezüglich der y-Achse.
d) G_f schneidet die Gerade $y = -x$ genau einmal.



6) Ordne die Funktionsgraphen richtig zu und begründe deine Entscheidung.

A: f: $x\mapsto x^4$; B: g: $x\mapsto 3x-1$; C: h: $x\mapsto -\frac{1}{4}x^6$; D: i: $x\mapsto 0,5x^3$

7) Bestimme, falls möglich, a oder n > 2 für die Funktion f: $x\mapsto ax^n$ ($a\in IR\setminus\{0\}$, $n\in IN$, $D_f = IR$) so, dass der Graph G_f die geforderten Eigenschaften erfüllt. Begründe, falls es keine solche Funktion gibt.

a) n = 4 und G_f verläuft durch den Punkt P(3/1).
b) Q(3/3) liegt auf G_f und $a = 3^{-4}$.
c) G_f ist punktsymmetrisch bezüglich des Ursprungs und der kleinste Funktionswert ist 0.

8) Löse die folgenden Potenzgleichungen.

a) $x^7 = 5$ b) $x^6 = 13$ c) $x^4 = -3$ d) $x^5 = -32$ f) $(48-5x)^{\frac{1}{3}}=2$

9) Bestimme die Schnittpunkte der Graphen der Funktionen

a) f: $x\mapsto 4x^3-x$ und g: $x\mapsto 2x^3$. b) f: $x\mapsto x^3$ und g: $x\mapsto -0,125$.

c) f: $x\mapsto 3x^2+2x-0,5$ und g: $x\mapsto 3x+2,5x^2+1$.

10) Bestimme jeweils die Lösungsmenge über G = IR *(beachte Vorteile durch geeignetes Verfahren – einige der Gleichungen kann man „im Kopf“ lösen!)*:

a) $x^2 = 5x$ b) $x^2 = 5x + 14$ c) $18x^2 - 2 = 0$ d) $t - 2t^2 - 1 = 0$
e) $2y^2 = y + 1$ f) $u^2 + 1 = 4u$ g) $2x^3 - 4x^2 = 0$ h) $x^3 = 4x$
i) $x^3 + 4x = 0$ j) $(9x^2 + 1)\cdot(x + 9) = 0$ k) $(x^2 + 9x)(2x - 9) = 0$ l) $x^2 - 6x + 9 = 0$

m) $x^2 - 6x + 9 < 0$ n) $\frac{1}{2x} = \frac{x}{4{,}5}$ o) $\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x} = 1$ p) $\frac{2+3x}{x-5} = 0$

q) $\frac{x^2+4}{4-x} = 0$ r) $\frac{3}{\sqrt{2-x}} = 0$ s) $\sqrt{x+7} - x = 1$ t) $\sqrt[4]{z^3} = 10^6$

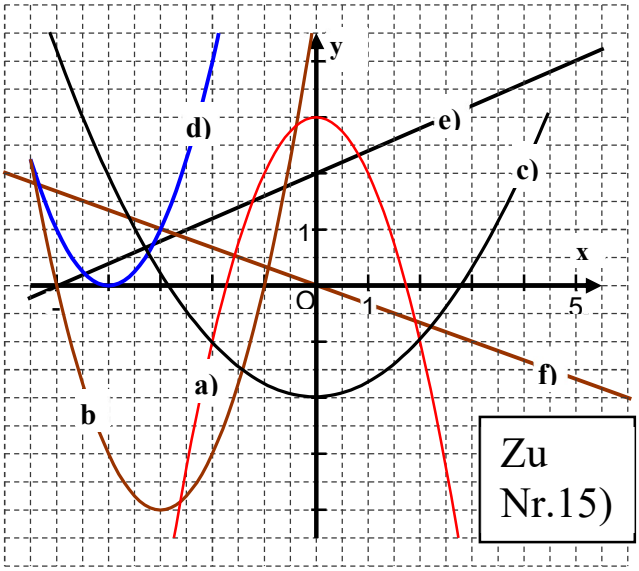
u) $\sqrt[3]{2x+1} - 2 = 0$ v) $(x-1)(x+3) = 0$ w) $(x-1)(x+3) = -4$

x) $(x-1)^2 = -4$ y) $(x-1)^2 = 4$ z) $(x+1{,}8)^3 + 0{,}027 = 0$

11) Die Punkte A, B und C liegen auf einer Parabel. Bestimme den dazu gehörigen Funktionswert.
a) A(-1/7); B(1/-1); C(4/2) b) A(-2/0); B(3/0); C(1/-3)

12) Löse das lineare Gleichungssystem:
(I) $2a - 3b + c = -10$
(II) $3a + 4b - 2c = 9$
(III) $a + b + c = -1$

13) Bestimme jeweils eine Gleichung für eine Parabel P mit folgenden Eigenschaften:
a) Auf P liegen die Punkte (3|0) und (–1|0); P entsteht durch Verschiebung aus der Normalparabel.
b) S(2|3) ist Scheitelpunkt;
ein weiterer Parabelpunkt ist R(1|7).
c) P geht durch den Ursprung des KoSy, ist nach unten geöffnet, kongruent zur Normalparabel und enthält den Punkt A(6|0).



14) Skizziere die Funktionsgraphen *(5 geeignete „einfache“ Punkte genügen jeweils)*:
a) $a(x) = 2^2 + x$ b) $b(x) = (2 + x)^2$
c) $c(x) = 2 + x^2$ d) $d(x) = -2x^2$
e) $e(x) = (2 + x)(x + 4)$

15) Gib für jede der nebenstehend gezeichneten Parabeln bzw. Geraden eine Gleichung an!

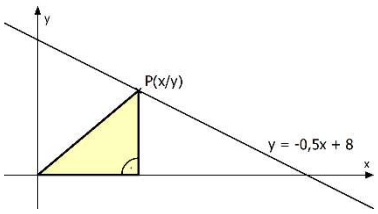
16) Gegeben ist die Parabel p mit der Gleichung $y = x^2 - 3x - 0{,}75$ und die Gerade g mit der Gleichung $y = 2x - 3$.
a) Berechne die Schnittpunkte der Geraden mit der Parabel!
b) Überprüfe das Ergebnis in einer Zeichnung mit LE = 1cm! *(Achsenschnittpunkte; Scheitelpunkt)*
c) Bestimme anhand der obigen Zeichnung die Lösungsmenge der Ungleichung $x^2 - 3x - 0{,}75 < 0$!

17) Bestimme den Wert des Parameters t so, dass die Parabel mit der Gleichung $y = 2x^2 - 4x - t$
a) … mit der x-Achse genau einen Punkt gemeinsam hat! Bestimme die Koordinaten dieses Punktes und des Schnittpunktes der Parabel mit der y-Achse.
b) … durch den Ursprung geht! Bestimme die Koordinaten des zweiten Schnittpunktes mit der x-Achse und des Scheitelpunktes.
c) … die Gerade g mit der Gleichung $y = 4x - 11$ in genau einem Punkt berührt!
d) Skizziere die Parabeln aus a), b) und c) sowie die Gerade g! *(3 Punkte genügen jeweils)*

18) a) Skizziere den Graphen zu $y = 2x - x^2$ und gib damit die Lösung der Ungleichung $2x - x^2 \geq 0$ an!
b) Gib jeweils die Gleichung einer Parabel an, die mit dem Graphen zu $y = 2x - x^2$
α) zwei Punkte β) einen Punkt γ) keinen Punkt gemeinsam hat! *(Skizze; möglichst einfache Lsg.)*

19) Löse die „Formel“ $E = \frac{1}{2}mv^2$ nach v auf! Bestimme, wie sich E ändert, wenn v
a) verfünffacht bzw. b) halbiert wird.

20) Die Gerade $y = -0{,}5x + 8$ und die Koordinatenachsen bilden ein Dreieck. Wie in der Skizze angedeutet soll ein rechtwinkliges Dreieck eingezeichnet werden. Bestimme rechnerisch die x-Koordinate des Eckpunktes P auf der Geraden so, dass der Flächeninhalt des eingezeichneten Dreiecks möglich groß ist, und gib diesen Flächeninhalt an.



21) Zwei reelle Zahlen unterscheiden sich um 4. Ermittle rechnerisch, für welches Zahlenpaar das Produkt dieser Zahlen am kleinsten ist.

22) Schreibe jeweils in Symbolschreibweise und zeichne ein zugehöriges Mengendiagramm.
   a) Es tritt sowohl das Ereignis R als auch das Ereignis S ein.
   b) Es tritt weder das Ereignis R noch das Ereignis S ein.
   c) Es tritt mindestens eines der Ereignisse R und S ein.
   d) Es tritt das Ereignis R ein, jedoch nicht das Ereignis S.
   e) Es tritt höchstens eines der Ereignisse R und S ein.

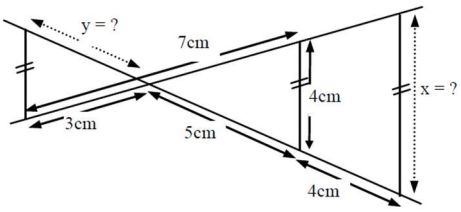
23) Gegeben ist eine Vierfeldertafel für die Ereignisse A und B.
   a) Ergänze in der Vierfeldertafel die fehlenden Wahrscheinlichkeiten.
   b) Begründe, welcher Zahlenwert im dickumrandeten Feld stehen muss, so dass gilt: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

	B	$\overline{B}$	
A			$P(A)$
$\overline{A}$			
		$P(\overline{B})$	

24) Auf Grundlage des Abiturs 2011:
Ein Investor plant, in einer Gemeinde, die aus den Orten Oberberg und Niederberg besteht, eine Windkraftanlage zu errichten. Um sich einen Überblick darüber zu verschaffen, wie die Einwohner zu diesem Vorhaben stehen, beschließt der Gemeinderat, eine Umfrage unter den Wahlberechtigten der Gemeinde durchzuführen. In Niederberg werden 1722, in Oberberg 258 Einwohner befragt. 1089 aller Befragten äußern keine Einwände gegen die Windkraftanlage, darunter sind allerdings nur 27 Einwohner von Oberberg. Die übrigen befragten Personen sprechen sich gegen die Windkraftanlage aus.
   a) Erstellen Sie eine passende Vierfeldertafel.
   b) Bestimmen Sie jeweils den prozentualen Anteil der Gegner der Windkraftanlage unter den Befragten von Niederberg und unter den Befragten von Oberberg.
   c) Aus allen Befragten wird zufällig eine Person ausgewählt. Ermitteln Sie
      - die Wahrscheinlichkeit p_1 dafür, dass die ausgewählte Person in Oberberg wohnt und sich gegen die Windkraftanlage aussprach.
      - die Wahrscheinlichkeit p_2 dafür, dass die ausgewählte Person in Niederberg wohnt oder keine Einwände gegen die Windkraftanlage hat.

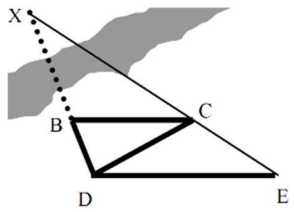
25) Ein Dreieck D_1 mit Grundlinie $g_1 = 5$cm und Höhe $h_1 = 4$cm ist ähnlich zu einem anderen Dreieck D_2 mit Flächeninhalt 90cm^2. Berechne die Längen der entsprechenden Strecken g_2 und h_2 im Dreieck D_2!

26) In der nebenstehenden Skizze *(nicht maßstabsgerecht)* sollen die mit || gekennzeichneten Strecken zueinander parallel sein. Berechne die Streckenlängen x und y aus den angegebenen Maßen!

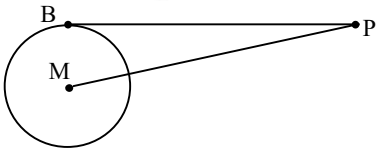


27) Berechne unter Verwendung geeigneter Streckenlängen die Entfernung $x = |\overline{XB}|$ des unzugänglichen Punktes X vom Punkt B! *(vgl. nebenstehende Skizze)* Es gilt dabei: $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ und

$$|\overline{BC}| = 10\text{m}\ ;\ |\overline{BD}| = 12\text{m}\ |\overline{DE}| = 25\text{m}\ ;\ |\overline{DC}| = 14\text{m}$$

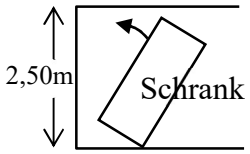


28) An einen Kreis mit Mittelpunkt M und Durchmesser 10 cm wird von einem Punkt P aus eine Tangente gezeichnet. Der Berührpunkt der Tangente heißt B *(vgl. Skizze)*. Der Punkt P hat vom Kreismittelpunkt die Entfernung 20cm ($|\overline{MP}| = 20\text{cm}$). Berechne $|\overline{BP}|$! Ermittle, um wie viel Prozent $|\overline{BP}|$ kleiner als $|\overline{MP}|$ ist.



29) Berechne den Radius eines Kreises mit Mittelpunkt M(−10|7), der durch den Punkt P (−18|−3) geht.

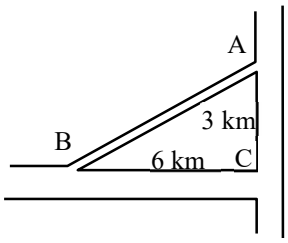
30) Bestimme, wie hoch ein 60 cm tiefer Kleiderschrank bei einer Raumhöhe von 2,50 m höchstens sein darf, damit man ihn durch „Hochkippen“ wie in der Skizze aufstellen kann.



31) Ermittle, wie lang eine quaderförmige Schachtel mit Breite 51mm und Höhe 32mm (alles Innenmaße) mindestens sein muss, wenn eine gerade Stricknadel mit Länge 85mm in die Schachtel hineinpassen soll.

32) Berechne den Flächeninhalt eines gleichseitigen Dreiecks mit Seitenlänge 8,00cm.

33) Viele Autofahrer benutzen für die Fahrt von A nach B nicht die stark befahrene Hauptstraße (von A über C nach B, mit rechtem Winkel bei C – vgl. Skizze), sondern einen „Schleichweg“ (von A direkt nach B). Zeige durch Rechnung, dass diese Abkürzung keine Zeitersparnis bringt, wenn man auf dem Schleichweg mit durchschnittlich 30 km/h und auf der Hauptstraße mit durchschnittlich 50 km/h fahren kann! Bestimme, ab welcher Geschwindigkeit sich der Schleichweg lohnen würde.

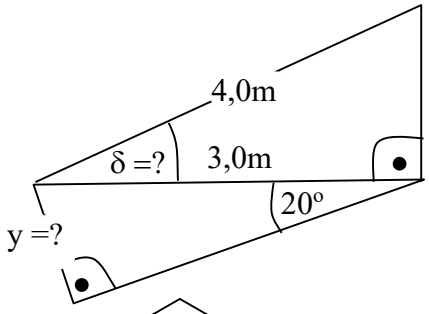


34) a) Berechne den Steigungswinkel einer Straße mit Steigung 15%!

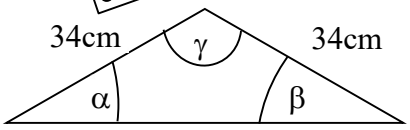
b) Von einer Geraden g ist bekannt: Der Schnittwinkel mit der x-Achse beträgt 60^0 und $P(0|-3) \in g$. Gib eine Gleichung für g an!

c) Berechne für die Gerade g mit der Gleichung $2x - 3y + 4 = 0$ Steigung und Steigungswinkel sowie die Achsenschnittpunkte!

35) Berechne δ und y in der nebenstehenden Figur aus den angegebenen Maßen!



36) Berechne die Innenwinkel in dem nebenstehenden Dreieck aus den angegebenen Seitenlängen!
Tipp: Berechne zunächst einen Winkel in einem geeigneten Teildreieck!

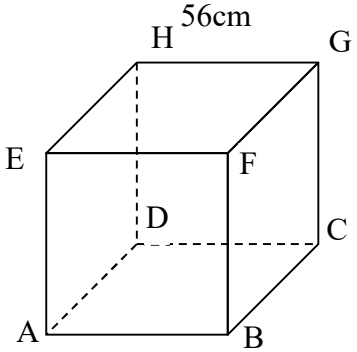


37) Bestimme in dem nebenstehenden Würfel (Kantenlänge a):

a) α: Winkel zwischen der Raumdiagonale $\overline{EC}$ und der Grundfläche ABCD

b) β: Winkel zwischen der Flächendiagonale $\overline{BG}$ und der Grundfläche ABCD

c) γ: Winkel zwischen den Flächendiagonalen $\overline{BG}$ und $\overline{EB}$
Tipp: Eigenschaft des Dreiecks EBG ?



38) Vereinfache die Terme für $0° < \alpha < 90°$:

a) $\frac{\sqrt{1-\cos^2(90°-\alpha)}}{\text{co}}$ b) $\frac{1}{\tan\alpha} \cdot \cos(90° - \alpha)$ c) $\sin^2\alpha \cdot \frac{1}{\tan^2\alpha} + \sin^2\alpha$

39) Bestimme alle Winkel zwischen 0° und 360°, für die gilt:

a) $\sin\alpha = \frac{1}{2}$ b) $\cos\alpha = -0{,}4$ c) $\sin\alpha = -0{,}25$

40) Entscheide und begründe, ob die folgende Aussage richtig ist:
„Wenn in einem Dreieck ein Winkel und zwei Seiten gegeben sind, so kann man mit Hilfe des Sinussatzes beide anderen Winkelgrößen und die dritte Seite des Dreiecks berechnen.“

41) Berechne, wie weit die am Fuße des Berges gelegenen Orte A und B voneinander entfernt sind.