Übungsaufgaben mit Lösungen findest du unter www.mathegym.de !

Automatisiertes Wissen sind • das „kleine“ Einmaleins und • die Quadratzahlen von 1^2 bis 20^2 $11^2 = 121$ $16^2 = 256$ $12^2 = 144$ $17^2 = 289$ $13^2 = 169$ $18^2 = 324$ $14^2 = 196$ $19^2 = 361$ $15^2 = 225$ $20^2 = 400$	**Einmaleins** **Quadratzahlen**
Eine Zahl ist teilbar durch • 2, wenn ihre letzte Ziffer eine 0, 2, 4, 6 oder 8 ist. • 3, wenn ihre Quersumme* durch 3 teilbar ist. • 4, wenn ihre letzten beiden Ziffern „00“ sind oder wenn die aus den letzten beiden Ziffern gebildete Zahl durch 4 teilbar ist. • 5, wenn ihre letzte Ziffer 0 oder 5 ist. • 6, wenn sie durch 2 **und** durch 3 teilbar ist. • 9, wenn ihre Quersumme* durch 9 teilbar ist. • 10, wenn ihre letzte Ziffer 0 ist. * Die Quersumme einer Zahl ist die Summe ihrer Ziffern (z.B. 471 hat die Quersumme 4 + 7 + 1 = 12). Durch welche der Zahlen 2, 3, 5, 9, 10 und 100 kann man 2 050 710 (ohne Rest) teilen? [2, 3, 5, 10]	**Teilbarkeitsregeln**
Beispiel: $72 = 8 \cdot 9 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$ Zerlege 360 und 169 in Primfaktoren! [$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$; $169 = 13^2$]	**Primfaktor-zerlegung**
Potenz 5^3 mit Basis 5 und Exponent 3; verkürzende Schreibweise bei Produkten: $5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3 = 125 \neq 5 \cdot 3 = 15$ negative Basis: $(-2)^4 = 16$ Exponent gerade ⇒ Potenzwert stets positiv $(-2)^3 = -8$ Exponent ungerade ⇒ Potenzwert stets negativ	**Potenzen**
Das Zehnersystem ist ein Stellenwertsystem mit den Stufenzahlen $10^0 = 1$ $10^1 = 10$ Beispiel: $10^2 = 100$ $42738 = 40000 + 2000 + 700 + 30 + 8 =$ $10^3 = 1000$ $= 4 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$ usw.	**Zehnersystem (Stellenwert-system)** **Stufenzahlen**
Große Zahlen lassen sich mit Hilfe von Zehnerpotenzen darstellen 1 Million: $1\,000\,000 = 1 \cdot 10^6$ 1 Milliarde: $1\,000\,000\,000 = 1 \cdot 10^9$ 1 Billion: $1\,000\,000\,000\,000 = 1 \cdot 10^{12}$	**große Zahlen**
$\mathbb{N}$ = Menge der natürlichen Zahlen = {1; 2; …} $\mathbb{Z}$ = Menge der ganzen Zahlen = { 0 ; 1 ; - 1 ; 2; - 2; … }	**Zahlenmengen**
Sicherer Umgang mit den **4 Grundrechenarten:** „Klammer vor Potenz vor Punkt vor Strich“ (kurz: Kla-Po-Pu-Stri) **Fehlerbeispiel**: 187 -□87 · 23 = 100 · 23 „Punkt vor Strich“ beachten! Erkennen von Vorteilen durch **Rechengesetze** (Rechengesetze siehe unten) $923 \cdot 17\,234 + 77 \cdot 17\,234 = (923 + 77) \cdot 17\,234 = 1000 \cdot 17\,234 = 17\,234\,000$	**Vorrangregel** **vorteilhaft rechnen**
korrekte Verwendung des Gleichheitszeichens **Fehlerbeispiel:** $5 \cdot 9 - 2 \cdot 6 = 45 = 45 - 12 = 33$	**Missbrauch des Gleichheits-zeichens**

Rechnen in $\mathbb{Z}$

Addieren

		kürzer	noch kürzer als Subtraktion
$(+6)+(+18)=+(6+18)=24$	oder:	$6+18=24$	
$(-6)+(-18)=-(6+18)=-24$	oder:	$-6+(-18)=-24$	oder: $-6-18=-24$
$(+6)+(-18)=-(18-6)=-12$	oder:	$6+(-18)=-12$	oder: $6-18=-12$
$(-6)+(+18)=+(18-6)=+12$	oder:	$-6+18=12$	

Subtrahieren durch Addieren der Gegenzahl, z.B.

$-124-93=\ -124+(-93)=-217$

$-145-(-217)=\ -145+217$ *(= 217 – 145)* $=72$

$+\cdot+=+$
$-\cdot-=+$
$-\cdot+=-$
$+\cdot-=-$

Multiplizieren (gleiche Vorzeichenregeln für das **Dividieren**):

$(+6)\cdot(+18)=+108$ kurz: $6\cdot18=108$;

$(-6)\cdot(-18)=+108$ kurz: $-6\cdot(-18)=108$

$(-6)\cdot(+18)=-108$ kurz: $-6\cdot18=-108$

$(+6)\cdot(-18)=-108$ kurz: $6\cdot(-18)=-108$

Schlussrechnung, Dreisatz

Vier Erwachsene zahlen für eine Veranstaltung insgesamt 34 Euro Eintritt. Bestimme, wie viel der Eintritt für sechs Erwachsene insgesamt kostet.

Lösungsweg 1:

4 Erwachsene ≙ 34 Euro
2 Erwachsene ≙ 17 Euro
6 Erwachsene ≙ 34 Euro + 17 Euro =
= 51 Euro

Lösungsweg 2:

4 Erwachsene ≙ 34 Euro
2 Erwachsene ≙ 17 Euro
6 Erwachsene ≙ 3 · 17 Euro =
= 51 Euro

Lösungsweg 3:

4 Erwachsene ≙ 34 Euro
1 Erwachsener ≙ 8,50 Euro
6 Erwachsene ≙ 6 · 8,50 Euro = 51 Euro

Zahlenterme

Bezeichnungen, Berechnung des Termwerts

z.B.:	366	–	149	=	217
	Minuend	minus	Subtrahend	=	Wert der Differenz

Termwertberechnung

$(-4)^2-(-3^4+221):35-34\cdot(16^2-250)=\ldots$ [...= -192]

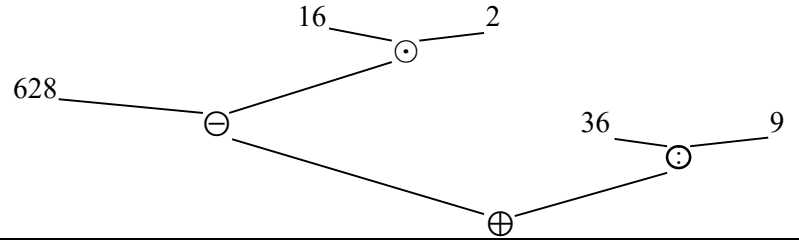
Term aufstellen

Stelle einen Term auf und berechne seinen Wert:
Subtrahiere von der Differenz der Zahlen 2036 und 128 die doppelte Summe aus dem Quotienten der Zahlen 7470 und 18 und der Zahl 125 ! [828]

$2036-128-2\cdot(7470:18+125)$

Termgliederung

Gliedere den Term grafisch : $(628-16\cdot2)+36:9$



Gleichungen, (Rechenprobe, Null als Faktor)

Was darf man für ❒ einsetzen:

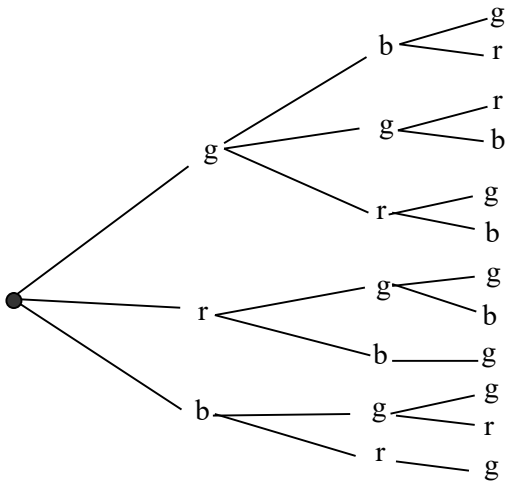
$323-❒=119$;	Lösung: $323-119=204$
$❒\cdot17=153$;	Lösung: $153:17=9$
$(4-❒)\cdot6=0$;	Lösung: 4
$(9\cdot16-12^2)\cdot❒=0$;	Lösung: alle bekannten Zahlen(Z)

Durch welche Zahl muss man 1024 teilen, um 64 zu erhalten? [16]

Baumdiagramm, Zählprinzip

Wie viele verschiedene 3 Steine hohe Türme kann man bauen aus:

a) 2 gelben, 1 roten und 1 blauen Stein
[unten stehendes Baumdiagramm → 12 Möglichkeiten]



b) 5 gelben, 4 roten und 3 blauen Steinen [$3^3 = 27$]

c) 6 verschiedenfarbigen Steinen
[$6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$]

Wie viele achtstellige gerade Zahlen gibt es? [$9 \cdot 10^6 \cdot 5 = 45 \cdot 10^6$]

an 1. Stelle keine 0

an letzter Stelle nur 2, 4, 6, 8, 0

Rechnen mit Größen

Sicherheit beim Umwandeln der Einheiten von Länge, Fläche, Zeit, Masse und Geld

z.B.: 12km 3dm = 1 200 030 cm ; 5g 18mg = 5,018 g
7ha 20m² = 0,070020 km² ; 3h 15min = 195 min

Berechne: 10km11m : 30 = [333m 7dm]

(45h 16min – 28h 28min) : 8min = [126]

Der Maßstab einer Landkarte ist 1 : 25 000.
Wie lang ist eine Strecke in Wirklichkeit, die auf der Karte die Länge 34 cm hat? [25 000 · 34 cm = 850 000 cm = 8km 500m]

Quadrat, Rechteck,

$U_Q = 4 \cdot a$; $A_Q = a^2$ *(a = Seitenlänge)*;
$U_R = 2 \cdot (a + b)$; $A_R = a \cdot b$ *(a=Länge; b=Breite)*

Würfel, Quader

$O_W = 6 \cdot a^2$, $O_Q = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$

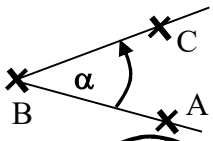
Ein rechteckiges Grundstück ist 42m lang und hat einen Flächeninhalt von 14a 70m².
Berechne Breite und Umfang des Grundstücks! [35m ; 154m]

Ein Quader ist 3m lang, 2m 5cm breit und 1,5m hoch.
Berechne seine Oberfläche! [27,45m²]

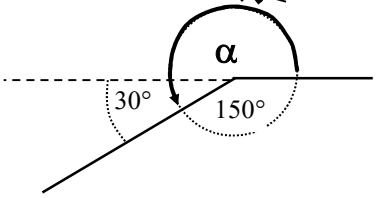
Geometrische Grundbegriffe

Schreibweisen :
Gerade AB; Strecke $\overline{AB}$; Streckenlänge $|\overline{AB}|$; Winkel $\alpha = \sphericalangle ABC$;
Kreis k (M ; r = 3cm)

$B \in QR$ heißt: B liegt auf der Gerade QR
$B \notin \overline{QR}$ heißt: B liegt nicht auf der Strecke $\overline{QR}$
(vgl. Zeichnung unten)



Zeichnen und Messen von Winkeln bis 360°
z.B.: $\alpha = 180° + 30 = 210°$ oder:
$\alpha = 360° - 150° = 210°$



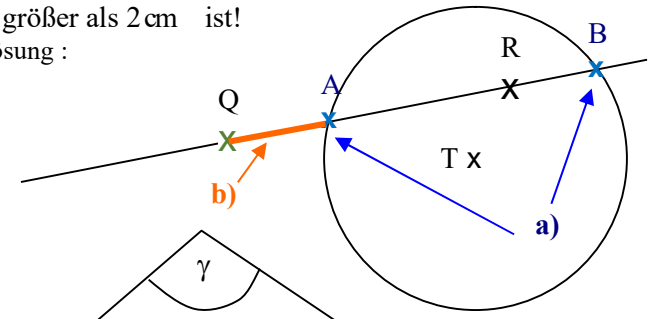
Fortsetzung: Geometrische Grundbegriffe

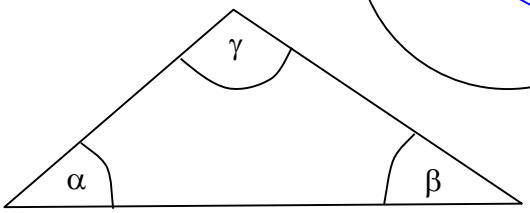
Gegeben sind die Punkte Q, R und T

a) Markiere farbig alle Punkte von QR, die 2 cm von T entfernt sind !

b) Markiere mit anderer Farbe alle Punkte von $\overline{QR}$, deren Entfernung von T größer als 2 cm ist!

Lösung :





c) Miss die Winkel α, β und γ !

[Kontrolle: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$]

besondere Vierecke und deren Eigenschaften

Trapez: Viereck mit zwei parallelen Seiten; Parallelogramm: jeweils parallele Gegenseiten; Rechteck: Parallelogramm mit rechten Winkeln

Raute: alle Seiten gleich lang und jeweils parallele Gegenseiten; Quadrat: Raute mit rechten Winkeln; Drachenviereck: symmetrisch zu einer seiner Diagonalen

Geodreieck, Zirkel

Sauberes und genaues Zeichnen mit Geodreieck und Zirkel von

- parallelen und senkrechten Geraden
- Kreisen

Rechengesetze

Distributivgesetz		Bsp.: $5 \cdot (3 - 8) = 3 \cdot 5 - 5 \cdot 8$
Kommutativgesetz	der Addition	Bsp.: $5 + 7 = 7 + 5$
	der Multiplikation	Bsp.: $6 \cdot 13 = 13 \cdot 6$
Assoziativgesetz	der Addition	Bsp.: $3 + (4 - 7) = (3 + 4) - 7$
	der Multiplikation	Bsp.: $6 \cdot (7 \cdot 2) = (6 \cdot 7) \cdot 2$

Einheiten und deren Umwandlung

Zeit

1 d $\underset{:24}{\overset{\cdot 24}{\rightleftarrows}}$ 1 h $\underset{:60}{\overset{\cdot 60}{\rightleftarrows}}$ 1 min $\underset{:60}{\overset{\cdot 60}{\rightleftarrows}}$ 1 s

Beachte:
1 d = 24 h
1 h = 60 min = 3600 s
1 min = 60 s

Flächen

1 km² $\underset{:100}{\overset{\cdot 100}{\rightleftarrows}}$ 1 ha $\underset{:100}{\overset{\cdot 100}{\rightleftarrows}}$ 1 a $\underset{:100}{\overset{\cdot 100}{\rightleftarrows}}$ 1 m² $\underset{:100}{\overset{\cdot 100}{\rightleftarrows}}$ 1 dm² $\underset{:100}{\overset{\cdot 100}{\rightleftarrows}}$ 1 cm² $\underset{:100}{\overset{\cdot 100}{\rightleftarrows}}$ 1 mm²

Längen

1 km $\underset{:1000}{\overset{\cdot 1000}{\rightleftarrows}}$ 1 m $\underset{:10}{\overset{\cdot 10}{\rightleftarrows}}$ 1 dm $\underset{:10}{\overset{\cdot 10}{\rightleftarrows}}$ 1 cm $\underset{:10}{\overset{\cdot 10}{\rightleftarrows}}$ 1 mm $\underset{:1000}{\overset{\cdot 1000}{\rightleftarrows}}$ 1 µm

Masse

1 t $\underset{:1000}{\overset{\cdot 1000}{\rightleftarrows}}$ 1 kg $\underset{:1000}{\overset{\cdot 1000}{\rightleftarrows}}$ 1 g $\underset{:1000}{\overset{\cdot 1000}{\rightleftarrows}}$ 1 mg

Beachte:
1 Millimeter = 1000 Mikrometer
1 Gramm = 1000 Milligramm