

Wichtige Funktionstypen

1) Die **linearen Funktionen** : $y = m \cdot x + t$
andere Schreibweise $f(x) = m \cdot x + t$

m = Steigung
 t = y-Abschnitt

Zeichnen mit **Steigungsdreieck** vgl. Beispiele →

Die **Graphen** sind **Geraden**

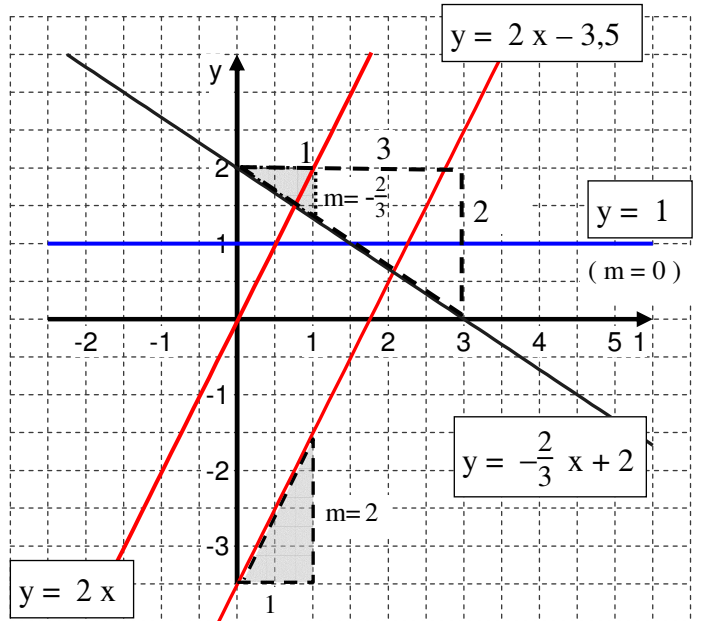
- a) streng monoton steigend für $m > 0$
- b) streng monoton fallend für $m < 0$
- c) parallel zur x-Achse für $m = 0$

Nur in der expliziten Form (wie für Funktionen üblich) lassen sich m und t direkt ablesen.

Umrechnung aus der impliziten Form durch Auflösen nach y , im Bsp. für die fallende Gerade:

$$2x + 3y - 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad y = -\frac{2}{3}x + 2$$

(implizit) (explizit)



2) Die **quadratischen Funktionen** :

$$y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c \quad (\text{Normalform}) \text{ bzw. } y = a \cdot (x - x_s)^2 + y_s \quad (\text{Scheitelform}) \quad a \neq 0$$

Die **Graphen** sind **Parabeln**.

Aus der Scheitelform lassen sich die Koordinaten des **Scheitelpunkts** $S(x_s, y_s)$ direkt ablesen.

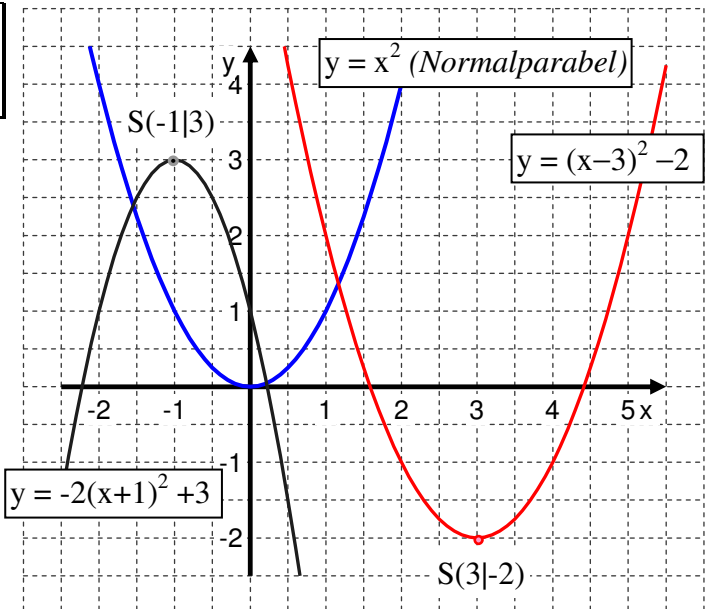
Die Parabel entsteht aus der vom Ursprung aus zum Scheitelpunkt S verschobenen Normalparabel durch zentrische Streckung von S aus mit Streckfaktor $\frac{1}{a}$; speziell:

Öffnung der Parabel **nach oben** für $a > 0$
und **nach unten** für $a < 0$

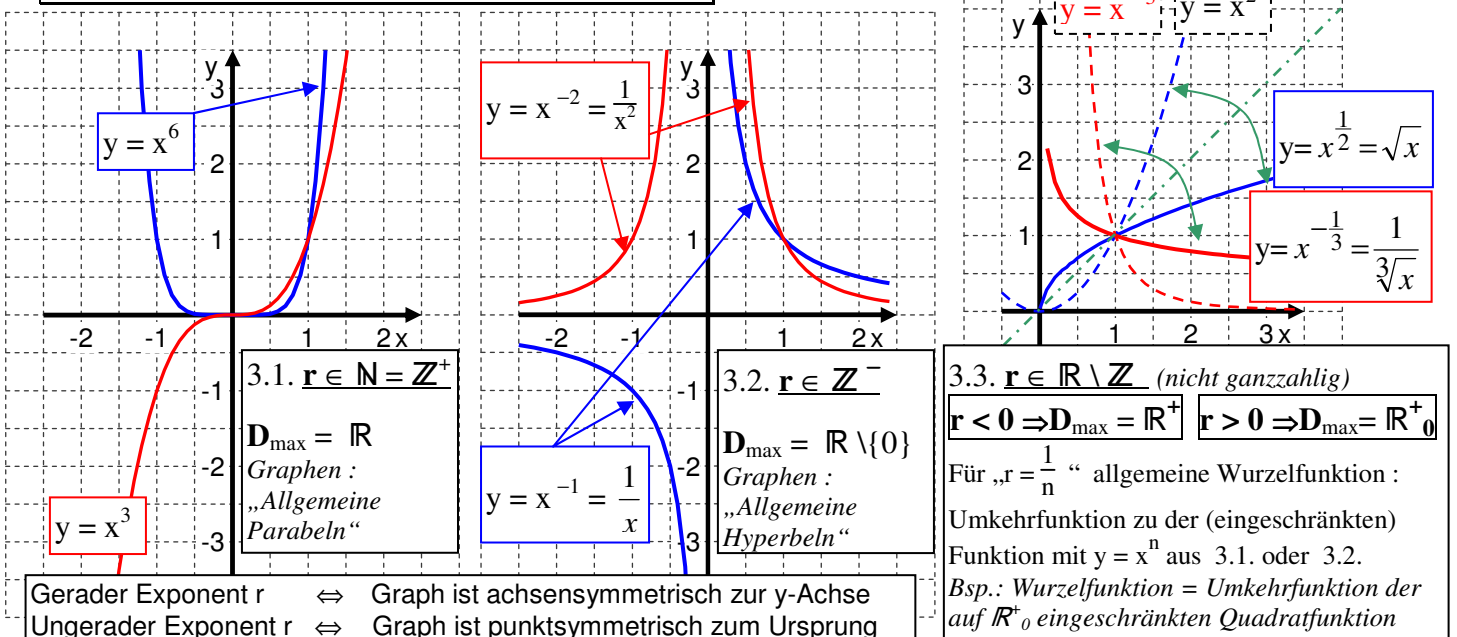
Bestimmung von S aus der Normalform als **Extrempunkt** („Infinitesimalrechnung“):

$$y'(x_s) = 0 \quad \Rightarrow \quad 2ax_s + b = 0 \quad \Rightarrow \quad x_s = -\frac{b}{2a}$$

oder „quadratische Ergänzung“ → Scheitelform

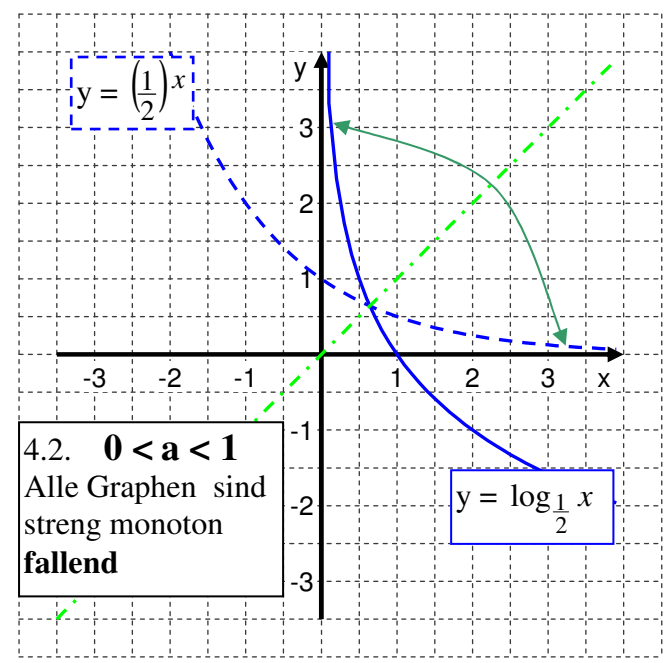
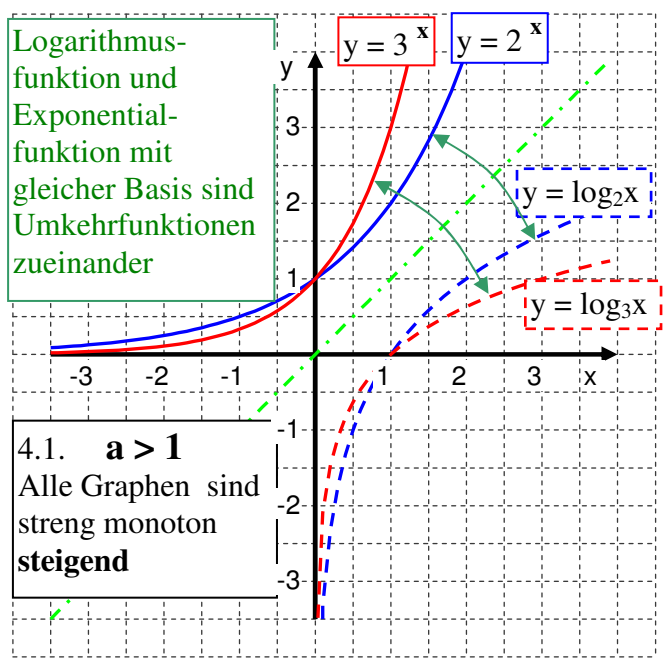


3) Die **Potenzfunktionen** : $y = x^r$



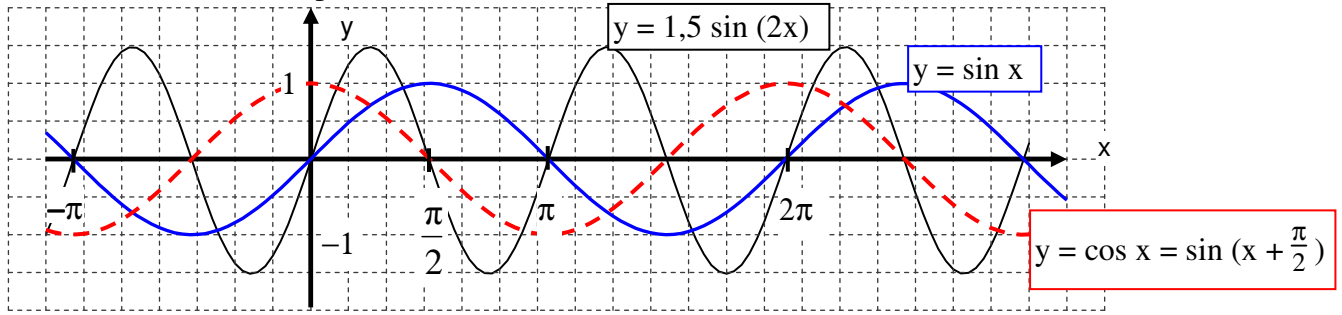
Gerader Exponent $r \Leftrightarrow$ Graph ist achsensymmetrisch zur y-Achse
Ungerader Exponent $r \Leftrightarrow$ Graph ist punktsymmetrisch zum Ursprung

4) Die **Exponentialfunktionen**: $y = a^x$; $D_{\max} = \mathbb{R}$ und
 die **Logarithmusfunktionen**: $y = \log_a x$; $D_{\max} = \mathbb{R}^+$ $a \in \mathbb{R}^+$



5) Die **trigonometrischen Funktionen**: $y = \sin x$ und $y = \cos x$

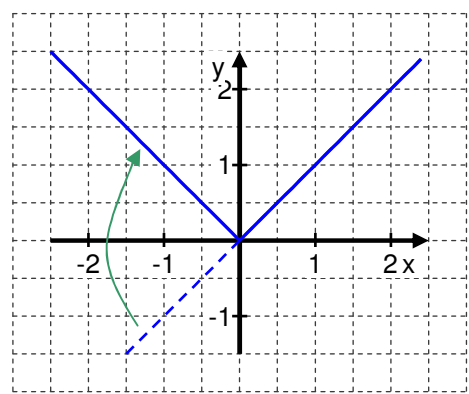
Beide Funktionen sind periodisch mit Periode 2π : $\sin(x+2\pi) = \sin(x)$ und $\cos(x+2\pi) = \cos(x)$



Verallgemeinerung: $y = a \cdot \sin(b \cdot x + c)$

- a = „Amplitude“ → Streckung in y-Richtung
 - b = „Frequenz“ → Streckung in x-Richtung (Veränderung der Periode:
 Bsp.: $y = 1,5 \sin(2x)$ hat die Periodenlänge $2\pi : 2 = \pi$)
 - c → „Phase“ → Verschiebung in x-Richtung (um $-\frac{c}{b}$)
 Bsp.: $\cos x = \sin(x + \frac{\pi}{2})$
- Tipp: Betrachte die Verschiebung der „Ursprungsnullstelle“: $\sin 0 = 0$; Setze also $b \cdot x + c = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{c}{b}$

6) Die **Betragsfunktion**: $y = |x|$



$$|x| = \begin{cases} x & \text{für } x \geq 0 \\ -x & \text{für } x < 0 \end{cases}$$